

# Bölüm 3 Ekstra Materyal

## — Giriş —

Derslerin özellikle kısa tutulan açıklamalarında daha fazla örnek, tartışma ve yorum olmasını isteyen biri misiniz? Eğer öyleyse, doğru yerdesiniz! Bu dosya, bölüm üçten bazı etkinlikler için ek materyaller içeriyor.

Bulmacalar için, çözülmüş bulmacalara dair çok sayıda örnek verilmekte ve bununla birlikte bulmacaların nasıl oluşturulacağına dair ek açıklamalar yer almaktadır. Early Family Math programı, erken yaşlardaki matematiğin bir ailenin birlikte yapması gereken bir şey olduğu fikrine dayanır ve çocuğunuzun sizinle birlikte yapması için bulmacalar hazırlamak bu sürecin önemli bir parçasıdır. Her bir bulmacanın mantığını kavradığınızda, bulmacaların çoğunu, hatta tamamının sizin için oldukça kolay olduğunu göreceksiniz.

Bu bulmacaların birçoğunun farklı derecelerde zorluk seviyeleri var ve ilerleyen sayfalarda, bu seviyelerin nasıl oluşturulacağına dair birçok öneri ve örnek bulunmaktadır. Her zaman en kolay bulmacalarla başlayın. Çocuğunuzun biraz kolay olan bulmacalarla başarı, anlayış ve eğlence deneyimlemesi, çok zor bulmacalarla hayal kırıklığına uğramasından, cesaretinin kırılmasından ve aşırı zorlanmasından çok daha iyidir.

Çocuğunuz bir matematik etkinliğine karşı özgüven ve heves kazandıktan sonra, daha büyük zorlukları yavaş yavaş dahil etme zamanıdır. Ayrıca, her bulmaca herkes için eğlenceli olmayabilir, bu yüzden çocuğunuzun ilgisini çekmeyen bulmacalar ve etkinliklerde ısrar etmeyin.

Aşağıdaki sayfalarda bulacaklarınız:

- **Bölüm 3 – Şekil Toplamları**
- **Bölüm 3 – Nim Limiti İkiye Katlama**
- **Bölüm 3 – Çift ve Tek Sayıları Sayma**
- **Bölüm 3 – Toplam Grupları**
- **Bölüm 3 – Hayvanat Bahçesi Kurtarma**
- **Bölüm 3 – Ortak Toplamlar**
- **Bölüm 3 – Sudoku Varyasyonları**
- **Bölüm 3 – Kaç Farklı Yol Var**
- **Bölüm 3 – Kart Destesi Sıralama**
- **Bölüm 3 – Fark Piramidi**

---

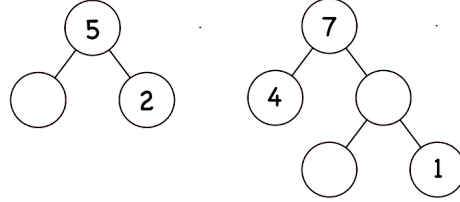
## — Yasal Haklar —

Her ailenin birlikte matematik öğrenme ve keyif alma fırsatına sahip olması gerekir. Early Family Math, bu materyalleri ailelerin ve eğitimcilerin, izin almadan, yalnızca ticari olmayan kullanımlar için düzenlemeleri, çevirmeleri, kopyalamaları ve dağıtmaları için sağlar. © Copyright Early Family Math 2024 v.2.0 Creative Commons: Attribution-NonCommercial 4.0 International License

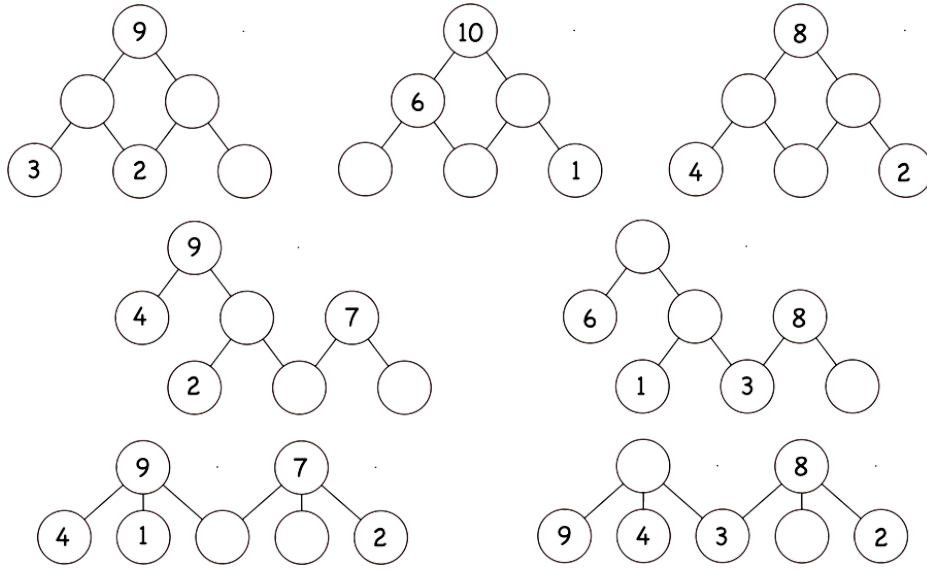
## Bölüm 3 - Şekil Toplamları

Bu bulmacalar, yukarı doğru bağlantılı ve numaralandırılmış daireler kullanır. Her daire, doğrudan altındaki ve ona bağlı olan tüm dairelerin toplamıdır.

En kolay bulmacalarda dairelerin çoğu doldurulmuştur. Aşağıda çözülmesi oldukça kolay iki örnek bulabilirsiniz.



Bu bulmacalar, bir dairenin birden fazla yönde kullanılmasıyla daha zor hâle getirilebilir. Aşağıdaki yedi bulmacanın yalnızca biri hariç tamamı doğrudan hesaplamalarla çözülebilir. İlk sıradaki en sağdaki bulmaca, diğerlerine göre daha karmaşıktır çünkü ortadaki bir daire, yukarıdaki iki bilinmeyen daireyle bağlantılıdır. Bu bulmaca, sayılar küçük olduğu için biraz deneme yanılma ile rahatlıkla çözülebilir.

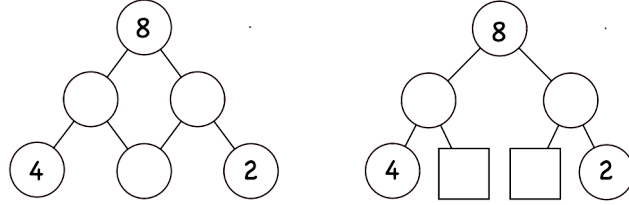


Bu bulmacalara karmaşıklık katmanın bir başka yolu da dairesel olmayan şekiller kullanmaktır. Bir dairenin içindeki değer, başka bir dairenin veya başka bir şeklin değerini kopyalayabilir ya da kopyalamayabilir. Ancak dairesel olmayan bir şekil (örneğin bir kare), aynı şekle sahip tüm diğer yerlerde de aynı değere sahip olmak zorundadır. Örneğin, tüm karelerin değeri aynı olmalıdır. Eşleşen şekiller kullanarak ikizler, neredeyse ikizler ve yarılama işlemleri üzerinde pratik yapılabilir.

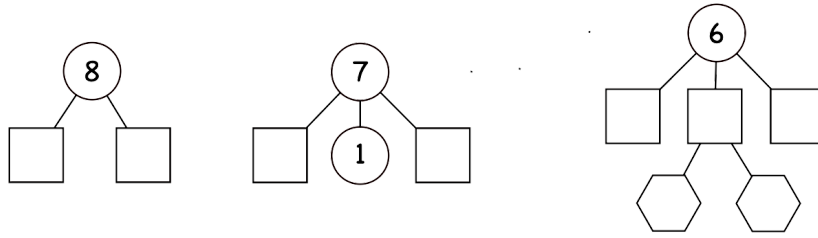
İsterseniz şu kuralı da ekleyebilirsiniz: Farklı şekillerde olan iki dairesel olmayan şekil, farklı değerlere sahip olmalıdır. Örneğin, bir kare ile bir altıgen aynı değere sahip olamaz.

Bu tür bulmacaları oluşturmak için, önce tüm sayıları doldurduğunuz bir şema hazırlayın ve ardından bazı sayıları çıkarın. Eğer bulmacada tekrar eden sayılar varsa, bu sayılar için daire yerine kare veya başka bir şekil kullanın.

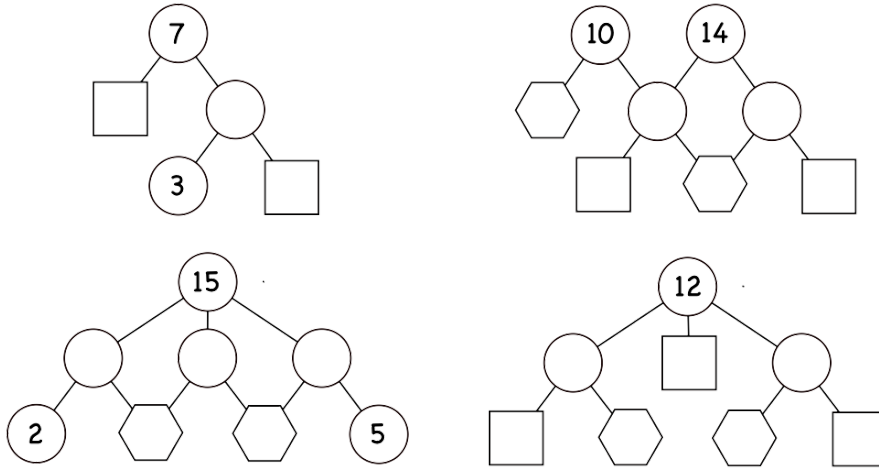
Aşağıdaki iki bulmaca, bir daireyi iki yönden kullanmak ile o daireyi iki kare ile değiştirmek arasındaki psikolojik farkı gösterir. Bu iki bulmaca özünde aynıdır, ancak küçük yaşta bir çocuk birincisini anlamayı ve çözmeyi çok daha kolay bulacaktır. Lütfen çocuğunuza önce yalnızca dairelerden oluşan bulmacalarla bolca pratik yaptırın ve ancak bundan sonra dairesel olmayan şekillerin yer aldığı daha gelişmiş bulmacalara geçin.



Aşağıdaki üç bulmacaya benzeyen türler, ikiz, yakın ikiz ve üçüz toplama alıştırmaları yapmak için çok uygundur.



Aşağıda, dairesel olmayan şekiller kullanarak daha zorlu bulmacalar oluşturmanın bazı örneklerini bulabilirsiniz. Çocuğunuz bu tür bulmacalardan keyif alıyorsa, keşfedilecek daha pek çok farklı varyasyon olduğunu unutmayın. Keyifli bulmacalar!



# Bölüm 3 - Nim Limiti İkiye Katlama

## — Tek Küme —

Başlangıç için bir toplam sayı belirleyin, örneğin 20. Çocuğunuzun ilk mi yoksa ikinci mi başlayacağına kendisinin karar vermesine izin verin. İlk turda, oyuncu mevcut sayıdan 1 ya da 2 çıkarır. İlk turdan sonra, oyuncu bir önceki turda kullanılan sayının iki katına kadar herhangi bir sayı çıkarabilir. Sıfıra ilk ulaşan kişi kazanır.

Bu oyunun birçok alternatif versiyonu vardır. Bunlardan bazıları:

- Hedefe ilk ulaşan kişi kaybeder.
- 1 ile 2 aralığı yerine, başlangıç aralığı 1'den hedef sayının bir (veya iki) eksiğine kadar olabilir.
- Çıkarma yerine toplama pratiği yapmak için 0'dan başlayın. Hedefe ilk ulaşan kişi kazanır (veya kaybeder).
- Başlangıç limiti, hedef sayının bir (veya iki) eksiğidir. Son turda kullanılan sayının iki katı yerine, doğrudan o sayı bir sonraki limit olur.
- Başlangıç limiti yine hedef sayının bir (veya iki) eksiğidir, ama bu sefer limit, son turda kullanılan sayının üç katı olur.

Gördüğünüz gibi birçok varyasyon var. Eğer oyundan keyif alıyorsanız, ailecek kendi kurallarınızı yaratabilirsiniz.

Bu oyunların çoğu, her hamlede sabit seçimler sunan klasik Nim oyunlarına göre çok daha zor analiz edilir.

## — Birden Fazla Küme —

Bu oyunun yeni versiyonlarını oluşturmanın bir başka yolu da birden fazla sayı ya da küme kullanmaktır. Bu versiyonu, birkaç taş yığını (çakıl taşları, yiyecek parçaları) olarak düşünebilirsiniz. Örneğin, bir kümede 12 taş ve diğerinde 8 taş olacak şekilde iki küme olabilir. Kullanılan temel kural şudur: İsteddiğiniz kadar taş alabilirsiniz, ancak hepsi aynı kümeden olmalıdır.

Bu oyunun alternatif versiyonlarından bazıları:

- İki kiden fazla küme vardır.
- Tüm kümelerden aynı sayıda taş alma seçeneğiniz vardır.
- Seçtiğiniz kümelerden aynı sayıda taş alma seçeneğiniz vardır.
- Sadece en büyük kümeden taş alabilirsiniz.

Tahmin edebileceğiniz gibi, bu oyunun daha pek çok versiyonu olabilir ama belki de şimdilik bu kadarı yeterlidir!

# Bölüm 3 - Çift ve Tek Sayıları Sayma

## — Temel Kurulum —

Küçük miktarlar içeren birkaç Sayı Kartı kullanın. Üç kartla başlayın ve çocuğunuz bu çalışmadan keyif alıyorsa daha sonra daha fazla kartla devam edin.

Diyelim ki kartlar 1, 2 ve 3. Soru şu: Rastgele iki kart seçip toplarsanız, çift bir sayı mı yoksa tek bir sayı mı elde etme olasılığınız daha yüksektir?

Bunu incelemenin iki yolu vardır: İlki deney yapmaktır. Kartları karıştırın, rastgele iki kart seçin ve toplamın çift mi yoksa tek mi olduğuna bakın. Her deneyden sonra, sonucu bir kağıda işaretleyerek çift ve tek sayıların kaç kez oluştuğunu sayın.

İkinci yol, hangi toplamların çift ve hangilerinin tek olduğunu doğrudan saymaktır. Örneğin 1, 2 ve 3 ile sadece bir çift toplam vardır ( $1 + 3$ ) ve iki tek toplam vardır ( $1 + 2$ ,  $2 + 3$ ). Yani 1, 2 ve 3 kartlarıyla, tek sayı elde etme olasılığı çift sayıya göre iki kat fazladır.

1, 2 ve 3 ile yeterince oynadıktan sonra, başka üçlü grupları deneyin. Acaba 2, 3 ve 4 farklı bir sonuç verir mi? 1, 3, 5 ve 2, 4, 6 grupları sadece çift sayılar üretir, peki neden böyle? Bir süre üç kartla oynadıktan sonra, dört ya da daha fazla kartla neler olduğuna bakın.

Bu etkinliği bir oyuna çevirmek isterseniz, bir oyuncu “Çift” diğeri “Tek” olsun. Bir düzine deneme sonunda kimin daha çok başarı elde ettiğine bakın.

## — Araştırma Analizi —

Bir araştırmanın eğlenceli yanı, kişiyi sayılarla oynamaya ve kendini matematikçi gibi hissetmeye davet etmesidir. Yukarıda bahsedildiği gibi, farklı üçlü kart gruplarıyla denemeler yapın. Biraz denedikten sonra çocuğunuz şunu fark edebilir: Üç karttan en az biri çift, en az biri tekse, sonuçlar hep aynı şekilde dağılır. Ama tüm sayılar sadece tek ya da sadece çiftse, o zaman tüm toplamlar çift olur. Bu da şu önemli soruyu gündeme getirir: Neden böyle oluyor?

Biraz daha deney yaparak, küçük bir çocuk bile şu güzel sayı teorisini keşfedebilir:

- Çift + Çift = Çift
- Çift + Tek = Tek
- Tek + Tek = Çift

Peki bu kural neden işe yarıyor? Sayı Şekilleri etkinliğini kullanarak çift ve tek sayıları iki sıra taşla gösterin. Bu sayıları topladığınızda ne zaman iki eşit sıra elde edersiniz?

Bu kural keşfedildikten sonra, çocuğunuz sayıların kendisinin çok da önemli olmadığını fark edebilir. 1, 2, 3 ile çalışmak aslında 3, 4, 5 ile ya da 3, 12, 17 ile çalışmaktan farklı değildir. Asıl fark, kaç sayının çift ve kaç sayının tek olduğundadır.

Bunu akılda tutarak, üç ve dört kartlık gruplar için olası sonuçların tablosu aşağıdaki gibidir:

### 3 Sayı:

- 3 Çift, 0 Tek → 3 Çift toplam
- 2 Çift, 1 Tek → 1 Çift toplam, 2 Tek toplam
- 1 Çift, 2 Tek → 1 Çift toplam, 2 Tek toplam
- 0 Çift, 3 Tek → 3 Çift toplam

### 4 Sayı:

- 4 Çift, 0 Tek → 6 Çift toplam
- 3 Çift, 1 Tek → 3 Çift toplam, 3 Tek toplam
- 2 Çift, 2 Tek → 2 Çift toplam, 4 Tek toplam
- 1 Çift, 3 Tek → 3 Çift toplam, 3 Tek toplam
- 0 Çift, 4 Tek → 6 Çift toplam

Bu sonuçlar şaşırtıcıdır ve ilgi duyanlar için hâlâ araştırılacak pek çok şey vardır. Peki 5, 6 veya daha fazla kartla ne olur? Çift ve Tek sayıların yerini değiştirmek neden sonucu değiştirmiyor gibi görünüyor? Örneğin 3 Çift ve 1 Tek ile, 1 Çift ve 3 Tek aynı sonucu veriyor. 3 Çift ve 1 Tek gibi durumlarda, başlangıçta dengesiz olan Çift/Tek sayıları neden dengeli sonuçlar üretiyor?

Bu gerçekten harika bir matematik etkinliğidir ve küçük çocuklar bile bu sayılarla oynayarak çok şey öğrenebilir.

## Bölüm 3 - Toplam Grupları

Bu bulmacalar, hedef toplamı olan bir sayı tablosu kullanır. Hedef toplamı oluşturan iki, üç ya da dört sayıdan oluşan grupları bulun. Bir grubun üyeleri yan yana yani birbirine komşu olmalıdır. Her grubu ayırt etmek için farklı yiyecek türleri gibi taşlar kullanabilirsiniz. Bulmaca tamamlandığında, tüm tablo tanımlanmış gruplardan oluşacaktır.

6	1	2	2
	5	3	4
	1	3	3

8	0	8	3	2
	2	4	4	3
	6	5	5	7
	1	2	3	1

Bu bulmacalar özellikle sayı bağlarını çalışmak için çok iyi bir alıştırmadır. Kalem yerine taş kullanarak, aynı bulmaca sayfalarını tekrar tekrar kullanabilirsiniz.

Bu tür bulmacaları oluşturmak için önce boş bir tabloyla başlayın. Hedef toplamı verecek şekilde çiftler veya üçlüler oluşturun ve bu sayıları tabloya yerleştirin. Bulmacanın yalnızca tek bir çözümünün olması oyunu daha eğlenceli hâle getirir ama bu konuda çok fazla endişelenmenize gerek yok.

6	1	2	2
	5	3	4
	1	3	3

1	6	2
1	0	4
4	1	5

1	2	3
5	3	4
1	3	2

4	2	1
3	5	1
3	1	4

1	0	1
5	5	4
3	3	2

6	5	1	4	2
	3	1	3	3
	2	2	3	1
	5	1	4	2

4	5	1	3
2	1	3	3
5	2	2	4
1	3	1	2

1	5	2	4
3	2	3	2
1	1	2	4
3	3	5	1

1	5	2	1
3	2	1	5
1	2	3	1
2	4	3	3

7	2	4	3
	5	2	1
	6	1	4

2	6	1
1	4	5
4	3	2

7	1	3
0	3	4
1	6	3

5	1	1
4	4	3
3	7	0

4	4	3
1	2	2
6	1	5

7	5	2	1	1
	6	1	2	6
	3	4	3	1
	4	3	5	2

6	1	4	1
4	5	2	3
3	2	3	4
1	6	3	1

4	5	2	1
3	1	3	4
2	3	4	2
3	2	2	1

2	5	3	4
1	5	4	3
6	2	1	6
6	1	2	5

8	<table border="1"><tr><td>5</td><td>1</td><td>7</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>6</td><td>2</td><td>5</td></tr></table>	5	1	7	1	2	3	6	2	5	<table border="1"><tr><td>6</td><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>4</td></tr><tr><td>5</td><td>3</td><td>4</td></tr></table>	6	2	4	3	1	4	5	3	4	<table border="1"><tr><td>4</td><td>4</td><td>1</td></tr><tr><td>4</td><td>2</td><td>7</td></tr><tr><td>2</td><td>3</td><td>5</td></tr></table>	4	4	1	4	2	7	2	3	5	<table border="1"><tr><td>7</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>8</td></tr><tr><td>5</td><td>3</td><td>5</td></tr></table>	7	1	0	1	2	8	5	3	5	<table border="1"><tr><td>1</td><td>0</td><td>4</td></tr><tr><td>4</td><td>8</td><td>4</td></tr><tr><td>3</td><td>6</td><td>2</td></tr></table>	1	0	4	4	8	4	3	6	2
	5	1	7																																															
	1	2	3																																															
6	2	5																																																
6	2	4																																																
3	1	4																																																
5	3	4																																																
4	4	1																																																
4	2	7																																																
2	3	5																																																
7	1	0																																																
1	2	8																																																
5	3	5																																																
1	0	4																																																
4	8	4																																																
3	6	2																																																

8	<table border="1"><tr><td>0</td><td>8</td><td>3</td><td>2</td></tr><tr><td>2</td><td>4</td><td>4</td><td>3</td></tr><tr><td>6</td><td>5</td><td>5</td><td>7</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>1</td></tr></table>	0	8	3	2	2	4	4	3	6	5	5	7	1	2	3	1	<table border="1"><tr><td>2</td><td>3</td><td>5</td><td>3</td></tr><tr><td>6</td><td>4</td><td>3</td><td>2</td></tr><tr><td>2</td><td>4</td><td>3</td><td>5</td></tr><tr><td>4</td><td>2</td><td>1</td><td>7</td></tr></table>	2	3	5	3	6	4	3	2	2	4	3	5	4	2	1	7	<table border="1"><tr><td>2</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td>3</td><td>2</td><td>5</td><td>2</td></tr><tr><td>1</td><td>6</td><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>7</td><td>4</td><td>4</td><td>2</td></tr></table>	2	3	2	1	3	2	5	2	1	6	1	3	7	4	4	2	<table border="1"><tr><td>7</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>2</td><td>1</td><td>6</td><td>5</td></tr><tr><td>3</td><td>5</td><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>5</td><td>4</td><td>4</td><td>4</td></tr></table>	7	1	2	3	2	1	6	5	3	5	1	3	5	4	4	4
	0	8	3	2																																																																
	2	4	4	3																																																																
	6	5	5	7																																																																
1	2	3	1																																																																	
2	3	5	3																																																																	
6	4	3	2																																																																	
2	4	3	5																																																																	
4	2	1	7																																																																	
2	3	2	1																																																																	
3	2	5	2																																																																	
1	6	1	3																																																																	
7	4	4	2																																																																	
7	1	2	3																																																																	
2	1	6	5																																																																	
3	5	1	3																																																																	
5	4	4	4																																																																	

9	<table border="1"><tr><td>1</td><td>0</td><td>9</td></tr><tr><td>4</td><td>6</td><td>5</td></tr><tr><td>4</td><td>3</td><td>4</td></tr></table>	1	0	9	4	6	5	4	3	4	<table border="1"><tr><td>5</td><td>6</td><td>3</td></tr><tr><td>4</td><td>5</td><td>7</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>2</td></tr></table>	5	6	3	4	5	7	3	1	2	<table border="1"><tr><td>1</td><td>2</td><td>7</td></tr><tr><td>3</td><td>5</td><td>4</td></tr><tr><td>0</td><td>9</td><td>5</td></tr></table>	1	2	7	3	5	4	0	9	5	<table border="1"><tr><td>4</td><td>1</td><td>8</td></tr><tr><td>2</td><td>3</td><td>3</td></tr><tr><td>5</td><td>4</td><td>6</td></tr></table>	4	1	8	2	3	3	5	4	6	<table border="1"><tr><td>7</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>2</td><td>6</td><td>2</td></tr><tr><td>1</td><td>8</td><td>1</td></tr></table>	7	4	5	2	6	2	1	8	1
	1	0	9																																															
	4	6	5																																															
4	3	4																																																
5	6	3																																																
4	5	7																																																
3	1	2																																																
1	2	7																																																
3	5	4																																																
0	9	5																																																
4	1	8																																																
2	3	3																																																
5	4	6																																																
7	4	5																																																
2	6	2																																																
1	8	1																																																

9	<table border="1"><tr><td>5</td><td>4</td><td>3</td><td>6</td></tr><tr><td>7</td><td>4</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>3</td><td>6</td></tr><tr><td>8</td><td>1</td><td>1</td><td>3</td></tr></table>	5	4	3	6	7	4	2	3	2	5	3	6	8	1	1	3	<table border="1"><tr><td>5</td><td>5</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>2</td><td>4</td><td>2</td><td>7</td></tr><tr><td>2</td><td>6</td><td>3</td><td>6</td></tr><tr><td>1</td><td>8</td><td>1</td><td>2</td></tr></table>	5	5	4	5	2	4	2	7	2	6	3	6	1	8	1	2	<table border="1"><tr><td>5</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td>3</td><td>5</td><td>2</td><td>6</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>3</td><td>7</td><td>2</td><td>5</td></tr></table>	5	2	2	1	3	5	2	6	3	1	3	4	3	7	2	5	<table border="1"><tr><td>2</td><td>3</td><td>6</td><td>3</td></tr><tr><td>7</td><td>5</td><td>3</td><td>3</td></tr><tr><td>2</td><td>2</td><td>7</td><td>2</td></tr><tr><td>5</td><td>4</td><td>1</td><td>8</td></tr></table>	2	3	6	3	7	5	3	3	2	2	7	2	5	4	1	8
	5	4	3	6																																																																
	7	4	2	3																																																																
	2	5	3	6																																																																
8	1	1	3																																																																	
5	5	4	5																																																																	
2	4	2	7																																																																	
2	6	3	6																																																																	
1	8	1	2																																																																	
5	2	2	1																																																																	
3	5	2	6																																																																	
3	1	3	4																																																																	
3	7	2	5																																																																	
2	3	6	3																																																																	
7	5	3	3																																																																	
2	2	7	2																																																																	
5	4	1	8																																																																	

10	<table border="1"><tr><td>8</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>5</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>5</td><td>7</td><td>3</td></tr></table>	8	2	3	5	3	4	5	7	3	<table border="1"><tr><td>6</td><td>5</td><td>5</td></tr><tr><td>1</td><td>3</td><td>6</td></tr><tr><td>2</td><td>8</td><td>4</td></tr></table>	6	5	5	1	3	6	2	8	4	<table border="1"><tr><td>7</td><td>5</td><td>4</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>9</td></tr><tr><td>4</td><td>6</td><td>1</td></tr></table>	7	5	4	3	1	9	4	6	1	<table border="1"><tr><td>4</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td>4</td><td>5</td><td>3</td></tr><tr><td>4</td><td>1</td><td>6</td></tr></table>	4	2	1	4	5	3	4	1	6	<table border="1"><tr><td>1</td><td>9</td><td>7</td></tr><tr><td>4</td><td>3</td><td>3</td></tr><tr><td>3</td><td>4</td><td>6</td></tr></table>	1	9	7	4	3	3	3	4	6
	8	2	3																																															
	5	3	4																																															
5	7	3																																																
6	5	5																																																
1	3	6																																																
2	8	4																																																
7	5	4																																																
3	1	9																																																
4	6	1																																																
4	2	1																																																
4	5	3																																																
4	1	6																																																
1	9	7																																																
4	3	3																																																
3	4	6																																																

10	<table border="1"><tr><td>1</td><td>5</td><td>3</td><td>2</td></tr><tr><td>4</td><td>3</td><td>7</td><td>4</td></tr><tr><td>5</td><td>3</td><td>5</td><td>6</td></tr><tr><td>3</td><td>4</td><td>1</td><td>4</td></tr></table>	1	5	3	2	4	3	7	4	5	3	5	6	3	4	1	4	<table border="1"><tr><td>8</td><td>9</td><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>6</td><td>3</td><td>5</td><td>5</td></tr><tr><td>4</td><td>7</td><td>1</td><td>9</td></tr></table>	8	9	1	3	1	1	3	4	6	3	5	5	4	7	1	9	<table border="1"><tr><td>4</td><td>1</td><td>5</td><td>5</td></tr><tr><td>5</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td>6</td><td>5</td><td>7</td><td>2</td></tr><tr><td>4</td><td>1</td><td>6</td><td>3</td></tr></table>	4	1	5	5	5	3	2	1	6	5	7	2	4	1	6	3	<table border="1"><tr><td>1</td><td>6</td><td>8</td><td>2</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>3</td><td>6</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>6</td><td>5</td></tr><tr><td>7</td><td>9</td><td>4</td><td>5</td></tr></table>	1	6	8	2	3	1	3	6	3	1	6	5	7	9	4	5
	1	5	3	2																																																																
	4	3	7	4																																																																
	5	3	5	6																																																																
3	4	1	4																																																																	
8	9	1	3																																																																	
1	1	3	4																																																																	
6	3	5	5																																																																	
4	7	1	9																																																																	
4	1	5	5																																																																	
5	3	2	1																																																																	
6	5	7	2																																																																	
4	1	6	3																																																																	
1	6	8	2																																																																	
3	1	3	6																																																																	
3	1	6	5																																																																	
7	9	4	5																																																																	

# Bölüm 3 – Hayvanat Bahçesi Kurtarma

## — Oyun Açıklaması —

Bu oyunda iki zar ya da 1’den 6’ya kadar numaralandırılmış iki set sayı kartı kullanılır. Her oyuncunun 6 taşı vardır (elinizde varsa, hayvan figürlü taşlar bu oyun için harikadır). Her oyuncunun ayrıca 0’dan 5’e kadar numaralandırılmış kutuların yer aldığı bir kağıdı olur. Oyuncular 6 taşı hangi kutulara yerleştireceklerine kendileri karar verir. Bir kutuya birden fazla taş koymakta sakınca yoktur.

Oyuncunun sırası geldiğinde zarlar atılır ya da iki kart seçilir ve elde edilen iki sayı arasındaki fark kullanılır. Oyuncunun, farkın karşılık geldiği kutuda bir taşı varsa, o taşı “kurtarabilir”. Tüm taşı ilk kurtaran oyuncu oyunu kazanır.

## — Taş Yerleştirme Stratejisi —

Bir oyuncu 6 taşını nasıl yerleştirmeli? Her zaman işe yarayan bir yöntemle, yani daha basit bir soruyla işe koyulalım: Diyelim ki elinizde sadece 1 taş var. Onu nereye koymak en mantıklı olur? Elbette en çok gerçekleşme olasılığı olan kutu olacaktır. Karmaşık analizler yapmak yerine olasılıkları listeleyip hangi farkların daha sık oluştuğuna bakmamız yeterli.

1-1	0		2-1	1		3-1	2		4-1	3		5-1	4		6-1	5
1-2	1		2-2	0		3-2	1		4-2	2		5-2	3		6-2	4
1-3	2		2-3	1		3-3	0		4-3	1		5-3	2		6-3	3
1-4	3		2-4	2		3-4	1		4-4	0		5-4	1		6-4	2
1-5	4		2-5	3		3-5	2		4-5	1		5-5	0		6-5	1
1-6	5		2-6	4		3-6	3		4-6	2		5-6	1		6-6	0

Sonuçları sayarsak: 0 - 6, 1 - 10, 2 - 8, 3 - 6, 4 - 4, 5 - 2. Yani 1 açık ara en iyi seçenektir ve 36 atıştan yaklaşık 10’unda ortaya çıkar. Farkların olasılık sırasına göre dizilişi şöyle olur: 1, 2, 3, 0, 4 ve 5.

Asıl zor soru, birden fazla taş olduğunda ne yapılacağıdır. Bu sayıları gördükten sonra, daha büyük yaş grubundaki çocuklara şu soru yöneltilebilir: “O halde neden tüm taşlarımızı 1 kutusuna koymuyoruz?” Bunu gözlemlemek için daha basit bir durumu hayal edin: Elinizde sadece iki taş var ve yalnızca farkı 1 veya 2 olan sonuçları dikkate alıyorsunuz. Bu durumda 1, 18 atışın 10’unda, 2 ise 18 atışın 8’inde meydana gelir. Eğer iki taşı da 1’e koyarsanız, kazanmak için üst üste iki kez 1 gelmesi gerekir. Ama birini 1’e, diğerini 2’ye koyarsanız, 1 ve sonra 2, ya da 2 ve sonra 1 gelerek kazanmanız mümkün olur. Bu da yaklaşık %60 daha olasıdır!

Detaylı bir matematiksel analize girmeden, sezgilerimize hitap eden basit bir öneriyle yetinelim: Taşlarınızın çoğunu 1’e, birazını 2’ye ve belki bir tanesini de 0 ya da 3’e yerleştirin. Kazanma garantisi yoktur, ama uzun vadede iyi bir strateji olacaktır!

# Bölüm 3 - Ortak Toplamlar

## — Araştırmaya Giriş —

12 satırlı bir kağıt hazırlayın. Her satıra 8 kare çizin. En soldaki sütundaki karelere 1'den 12'ye kadar sayılar yazın. Her bir sayının üzerine 1 taş yerleştirin. Ardından bir çift zar atmaya başlayın. Her atıştan sonra, zarların toplamına karşılık gelen sayının taşını bir kare sağa kaydırın. Her taşın amacı, sayfanın en sağına ilk ulaşan olmaktır.

Çocuğunuzun bu düzende araştırabileceği sorular üretmesine izin verin. Doğal olarak ortaya çıkabilecek bazı sorular şunlardır:

- Hangi taş kazanır ve neden?
- Hangi taşlar daha başarılı, hangileri daha başarısız olur?
- En kötü performansı gösteren taş hangisidir?
- Satırlardaki kare sayısı azaltılır veya artırılırsa sonuçlar nasıl değişir?

Çocuğunuzun bu sorulara dair fikirlerini ifade etmesine teşvik edin, ardından bu fikirleri deneyler yaparak birlikte test edin.

Oyuna rekabetçi bir öge eklemek için, tur başlamadan önce hangi taşın kazanacağını tahmin etmelerini sağlayın.

## — Analiz —

Tıpkı önceki oyunun analizinde olduğu gibi, bu oyunu da en kolay şekilde analiz etmenin yolu tüm olasılıkları listelemektir.

1+1	2		2+1	3		3+1	4		4+1	5		5+1	6		6+1	7
1+2	3		2+2	4		3+2	5		4+2	6		5+2	7		6+2	8
1+3	4		2+3	5		3+3	6		4+3	7		5+3	8		6+3	9
1+4	5		2+4	6		3+4	7		4+4	8		5+4	9		6+4	10
1+5	6		2+5	7		3+5	8		4+5	9		5+5	10		6+5	11
1+6	7		2+6	8		3+6	9		4+6	10		5+6	11		6+6	12

Sıklıkları özetlersek: 1 - 0, 2 - 1, 3 - 2, 4 - 3, 5 - 4, 6 - 5, 7 - 6, 8 - 5, 9 - 4, 10 - 3, 11 - 2, 12 - 1. Bu arada, bu sayılar iki zarın toplamına dayanan her türlü zar oyunu için akılda tutulması faydalı değerlerdir! 1 neredeyse hiç çıkmadığı için her zaman kaybeder. 7 ise en sık gelen toplamdır. Ancak, 6 veya 8 de oldukça yakındır. Bu yüzden sadece birkaç zar atışıyla sonucu tahmin etmek zordur. Ancak çok sayıda atış yapıldığında 7'nin kazanması neredeyse kesin olur.

## Bölüm 3 – Sudoku Varyasyonları

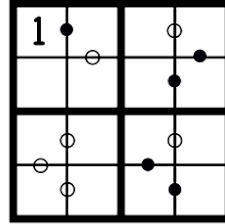
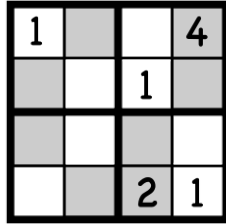
Dünyada çok sayıda Sudoku varyasyonu vardır ve bu varyasyonlara benzeyen daha da fazla bulmaca bulunmaktadır. Bu bölümde beş farklı Sudoku varyasyonuna göz atacağız. Hepsi “Latin Kare” kuralına dayanır. Yani her sayı her satırda ve her sütunda tam olarak bir kez yer alır.

Bu Sudokuların herhangi birini oluşturmak için önce uygun türde çözülmüş bir bulmacayla başlayabilirsiniz. Bu bulmaca ya bir Latin Kare ya da bir Yapboz Sudoku olabilir. Bölüm 1 ve 2’nin Ek Materyallerinde verilen Sudoku çözümleri bu konuda size yardımcı olacaktır. Elinizde bir çözüm olduktan sonra, bu özel bulmaca türü için gerekli olan ek bilgileri ekleyin ve bazı sayıları ya da tümünü kaldırın.

### — Yapboz Sudokulara Ek Bilgi Eklenmiş Varyasyonlar —

Bu iki bulmaca türü, her alt bölgede her sayının tam olarak bir kez geçtiği kısıtlamaya sahip Latin Karelerdir. Yani birer Yapboz Sudoku olmalarının yanı sıra, belirli ek kurallara da sahiptirler.

**Çift-Tek Sudokular.** Bu bulmacalarda çift sayılar griyle belirtilmiştir. Bu ek bilgi bulmacayı genellikle çok kolaylaştırır ve çoğu zaman neredeyse tüm sayılar çıkarılabilir.



**Kropki Sudokular.** Bu varyasyon, klasik Sudoku’ya iki tür nokta eklenmesiyle oluşturulur. Hücreler arasına yerleştirilen boş bir nokta, iki sayının farkının bir olduğunu gösterir. Dolu bir nokta ise, sayılardan birinin diğerinin yarısı olduğunu belirtir. Çift-Tek Sudokularda olduğu gibi, bu ek bilgi bulmacayı oldukça kolaylaştırır ve neredeyse tüm sayıların çıkarılmasını mümkün kılar.

### — Toplama ve Çıkarmalı Sudokular —

Bu bulmacalar, her biri hedef bir sayıya sahip alt bölgelere ayrılmıştır. Standart Sudoku’nun aksine, bulmaca Latin Kare kurallarına uymaya devam ettiği sürece, bir alt bölgede aynı sayının birden fazla kez geçmesine izin verilir. Eğer bir alt bölge yalnızca bir kareden oluşuyorsa, hedef sayı doğrudan o karenin değeridir.

Sumdoku Sudoku'da, alt bölgelerdeki sayıların toplamı, verilen hedef sayıya eşittir. Diffdoku Sudoku'da, Her alt bölge bir ya da iki kare içerir. İki kare varsa, aralarındaki fark hedef sayıdır.

3+		3	7+
6+	4+		
		6+	4+
7+			

3-	1-	3	2-
		3-	
1-	1		2-
	2-		

Sumdiffdoku Sudoku'da, Bu türde hem toplama hem de çıkarma kullanılır. Alt bölgelerin üstüne hangi işlemin yapılacağını göstermek için ya "+" ya da "-" işareti konur.

Bu üç tür bulmaca genellikle hiç sayı verilmeden hazırlanır. Ancak yalnızca bir kare içeren alt bölgeler, o sayının doğrudan verildiği kareler gibi davranır. Daha küçük yaştaki bir çocukla çalışıyorsanız, bulmacayı onların düzeyine uygun hâle getirmek için daha fazla sayı vermeniz yararlı olabilir.

Matematiksel işlemleri çeşitlendirmek için 4x4'lük bir bulmacada alışılmış 1'den 4'e kadar olan sayıların yerine farklı sayı grupları kullanabilirsiniz. Örneğin 1, 3, 5 ve 7 gibi. Bunu yaparsanız, çocuğunuzun hangi sayıları kullanması gerektiğini anlayabilmesi için bu sayıları bulmacanın üst kısmında belirtin.

# Bölüm 3 - Kaç Farklı Yol Var

Seçim yapmanın kaç farklı yolunun olduğunu saymak bazen oldukça ilginç sonuçlara yol açabilir. Bu tür sayma durumlarında sistemli düşünmek çoğu zaman işe yarar. Ancak küçük bir çocuğun bunu yapması zordur ve bu sorun değildir. Onun keşfetmesine, denemesine ve bundan keyif almasına izin verin. Sistemli düşünmek için ileride bolca zaman olacaktır.

## — Araştırma 1 —

Sadece kırmızı ve mavi renkleri kullanarak şapkalı, gözlü ve pelerinli bir canavar çizmenin kaç farklı yolu vardır? Sadece şapkayı ve pelerini boyarsanız bu nasıl değişir? Üç renk kullansaydınız veya her rengi yalnızca bir kez kullanabilseydiniz ne olurdu?

Bu araştırmayı matematiksel olarak çözmek çarpma işlemi gerektirir ama bu aşamada çocuğunuzun sadece fikirlerle oynaması ve keşfetmesi yeterlidir.

Soruları tek tek ele alalım. Şapka kırmızı ya da mavi olabilir. Gözler kırmızı ya da mavi olabilir. Pelerin de kırmızı ya da mavi olabilir. Her renklendirilen parça, olasılık sayısını iki katına çıkarır. Bu yüzden 2'nin 2'yle iki kez katlanmasıyla 8 olasılık elde edilir. Bu olasılıkları listelemek bunu anlamanın güzel bir yoludur. K kırmızı, M mavi olsun ve sıralama şapka, gözler, pelerin şeklinde olsun. Olasılıklar şunlardır: KKK, KKM, KMK, KMM, MKK, MKM, MMK, MMM.

Sadece şapka ve pelerini boyarsanız, 2'nin 2'yle bir kez katlanmasıyla 4 olasılık elde edilir: KK, KM, MK, MM.

Eğer üç farklı renk olsaydı ve üç parçayı boyamak isteseydiniz,  $3 \times 3 \times 3 = 27$  olasılık olurdu (uzun bir liste).

Genel olarak, eğer elinizdeki durumlar birbirinden bağımsız ise bunları çarpabilirsiniz. Ama eğer her rengi yalnızca bir kez kullanabiliyorsanız, durum değişir. Çünkü artık seçimler birbirini etkiler. Üçüncü renk için Y (yeşil) kullanalım. Olasılıklar şunlardır: KMY, KYM, MKY, MYK, YKM, YMK.

## — Araştırma 2 —

Elinizde yan yana duran 5 tane aynı şeker var. Bunların 2'si kırmızı, 3'ü mavi olacak şekilde kaç farklı boyama şekli vardır?

2 kağıda K, 3 kağıda M yazın. Çocuğunuz bu kağıtları farklı şekillerde sıralayarak 10 farklı dizilişi keşfedebilir. Liste şöyledir: KKMMM, KMKMM, KMMKM, KMMMK, MKKMM, MKMKM, MKMMK, MMKMM, MMKMK, MMMKK. Bu duruma bakmanın bir yolu, önce kırmızılardan hangi konumlara yerleştirileceğini seçmektir. Kırmızılardan yeri belli olduktan sonra maviler zaten geriye kalan yerlere gitmek zorundadır. İlginç bir şekilde, aynı soruya başka bir açıdan da yaklaşabilirsiniz. Önce 3 mavi şekeri yerleştirdiğinizi düşünün. Bu sefer de kırmızılardan yeri otomatik olarak belirlenir.

Eğer bu etkinlik hoşunuza gittiyse, bu tür araştırmaları farklı sayılarla çeşitlendirin. Sadece dikkat etmeniz gereken tek şey, küçük olan iki sayının toplamının şekerlerin toplam sayısına eşit olmasıdır.

### — Araştırma 3 —

1 ve 2 sayılarını toplayarak belli bir toplam elde etmenin tüm yollarını bulun. Bunu sırayı dikkate alarak ve almayarak iki farklı şekilde yapın.

Sırayı dikkate almayın. Toplamın 4 olduğu örneğe bakalım. Olasılıklar şunlardır:  $1+1+1+1$ ,  $2+1+1$  ve  $2+2$ . Yani bunu yapmanın 3 yolu vardır. Biraz daha örnek denedikten sonra, aslında 2 sayısını kullanarak 4 veya daha küçük sayılara ulaşmanın kaç yolu olduğunu saydığınızı fark edersiniz. 0, 1 ya da 2 tane 2 kullanabilirsiniz. Bu da size 3 farklı yol verir. Genel olarak, çift sayılar için cevap, sayının yarısından bir fazladır. Tek sayılar içinse bir eksiğinin yarısından bir fazladır.

Sırayı dikkate alın. Yine 4 sayısı için düşünelim. Olasılıklar şunlardır:  $2+2$ ,  $1+1+1+1$ ,  $2+1+1$ ,  $1+2+1$ ,  $1+1+2$ , and  $2+2$ . Bu durumda 5 farklı yol vardır. Bu tür örneklerle oynamaya devam edin ve sonuçları bir tabloya yazın. İşte ulaşacağınız tablo (tamam, belki 10'a kadar gitmediniz):

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	5	8	13	21	34	55	89

Bu sayılara bakınca çocuğunuz şu durumu fark edebilir: Her iki sayının toplamı bir sonraki sayıyı veriyor. Peki bu neden oluyor? Bu sayıların adı Fibonacci Sayılarıdır ve şaşırtıcı derecede sık karşımıza çıkarlar.

Bu sayıların bu araştırmada neden ortaya çıktığını anlamak için 4 örneğine dönelim ve toplamı oluşturan son sayıya bakalım. Son sayı ya 1'dir ya da 2. Eğer son sayı 1 ise, önceki sayıların toplamı 3'e ulaşan tüm yolları verir. Eğer son sayı 2 ise, o zaman 2'ye ulaşan yolları verir. Yani 4'e ulaşmanın yolu, 3 ve 2'ye ulaşan yolların toplamıdır.

Daha büyük sayılar. Eğer bu etkinlik hoşunuza gittiyse, 1'den 3'e ya da 1'den 4'e kadar olan sayıların kullanıldığı toplamları bulmaya çalışabilirsiniz. Bu sefer örüntüleri bulmak çok daha zor olur ama sayıların içinde kaybolmak en az o kadar eğlenceli olabilir.

# Bölüm 3 - Kart Destesi Sıralaması

## — Giriş —

Hedef, numaralandırılmış kartlardan oluşan bir desteyi (örneğin 1'den 5'e kadar) aşağıdaki işlemlerin doğru şekilde gerçekleşeceği şekilde sıralamaktır:

En üstteki kart 1 olmalı. Bu üst kart kenara ayrılır. Sonraki kart destenin en altına taşınır. Ardından gelen kart 2'dir ve o da kenara ayrılır. Sonraki kart yine destenin altına gider. Bu şekilde, tüm kartlar sırayla kenara ayrılana kadar devam edilir.

Çocuğunuz 1'den 5'e kadar olan kartlarla bunu kolayca yapmayı öğrendikten sonra, daha büyük sayı aralıklarıyla denemesini isteyin.

## — Sistemli Olun —

Bu bulmacadaki asıl zorluk, sistemli olmaktır. Herhangi bir boyuttaki kart destesiyle deneme yanılma yaparak sonunda cevabı bulmak mümkündür. Şimdi işimizi kolaylaştıracak ilginç desenleri bulalım.

Diyelim ki kartları sırayla masaya diziyorsunuz. Aşağıda, ilk birkaç durum için çözümler bulabilirsiniz. Oktan sonra gelen sayılar, ilk turdan sonra destede kalan kartların sırasını gösterir:

1

1 2 -> 2

1 3 2 -> 3

1 3 2 4 -> 3 4

1 5 2 4 3 -> 5 4

1 4 2 6 3 5 -> 4 6 5

1 6 2 5 3 7 4 -> 6 5 7

Eğer kart sayısı çiftse (örneğin 6), tek numaralı konumlar destenin ilk yarısındaki kartlarla sırayla doldurulur (bu durumda 3). Diğer konumlar ise, yarısı kadar karta ait çözüm alınarak her sayının üzerine 3 eklenerek doldurulur. In the example for 6, tek sıralara 1, 2, 3 yerleştirilir ve çift sıralara ise 4, 6, 5 gelir. Bunlar, üç kartlık destenin çözümü olan 1, 3, 2'nin her birine 3 eklenmesiyle elde edilir.

Tek sayıda kart olduğunda desen biraz daha karmaşıktır. Yine tek konumlar, yaklaşık olarak ilk yarıdaki sayılarla doldurulur (7 için 1'den 4'e kadar). Örneklere bakarsanız, oktan sonra gelen ilk kart sona taşınacaktır, bu nedenle bu kart, dizilişte en son olmasını istediğiniz kart olmalıdır. Bu gözlem yapıldıktan sonra, çözüm çift sayıdaki örnekteki gibi devam eder.

# Bölüm 3 - Fark Piramidi

## — Giriş —

Hedef, 1'den 6'ya kadar olan sayıları, üst sırada bir kart, ikinci sırada iki kart ve üçüncü sırada üç kart olacak şekilde bir piramide yerleştirmektir. Her sayı, altındaki iki sayının farkı olmalıdır.

Zorlanıyorsanız, işte iki yardımcı ipucu: 6, hiçbir iki sayının farkı olamayacağı için alt sırada yer almak zorundadır. Benzer şekilde, 5 de ya alt sırada ya da alt sıradaki 6 ve 1'in üstündeki orta sırada yer almalıdır.

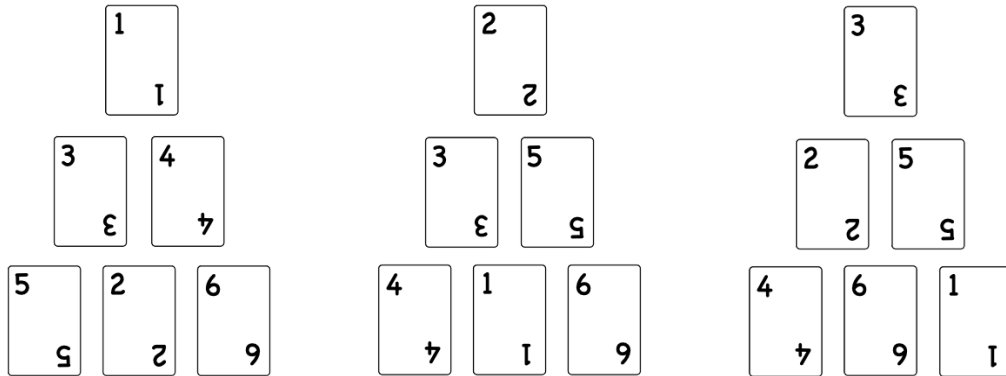
## — “Farklı” Çözümler Nelerdir? —

Çocuğunuz bu bulmacayı kolayca çözebiliyorsa, bu sefer ondan tüm mümkün çözümleri bulmasını isteyin. İki çözümün farklı olması ne anlama gelir, bunu tartışın. Bir çözüm diğerinin ayna görüntüsüyse, bu farklı bir çözüm sayılır mı?

Bu soruyu başta cevaplamak faydalıdır. Çünkü herhangi bir çözümün ayna görüntüsünü oluşturmak kolaydır ve bu da geçerli bir çözüm sayılır. Bu yüzden, ayna görüntülerini göz ardı etmek mantıklıdır. Böylece incelenmesi gereken çözüm sayısı yarıya iner.

Örneğin, sadece 6'nın alt sırada olması gerektiğini değil, aynı zamanda alt sıranın ortasında ya da sağ tarafında olabileceğini varsayabiliriz. Bu mantığı 5 için uygularsak, alt sıra yalnızca şu dört düzene sahip olabilir:

Bu noktadan sonra yapılacak iş, a, b, c ve d için mümkün değerleri tek tek denemektir. Biraz deneme yanılma ile şunları göreceksiniz: a = 2, b hiçbir zaman işe yaramaz, c = 4 ve d = 4. Yani, ayna görüntülerini saymazsak, tam olarak üç çözüm vardır.



## — Daha Büyük Piramitler —

Şimdi 1'den 10'a kadar olan kartları kullanarak dört sıralı bir piramit oluşturalım. Bu çok daha karmaşık bir görevdir. Bazı kartlar kolayca yerleştirilebilir ama sonrasında sabır ve dikkat gerekir. 10, iki kartın farkı olamayacağı için mutlaka alt sırada yer almalıdır. Benzer şekilde, 9 ya alt sırada ya da alt sıranın bir üstündeki sırada, 1 ve 10'un üstünde olmalıdır. 8 ve 7 de bazı olasıkları eleyebilmek için işe yarayan kartlardır.

Bu durumda alt sıra aşağıdakilerden biri gibi görünmelidir (ayna görüntüleri hariç):

a b 9 10, c 9 d 10, 9 e f 10, g h 10 9, i 9 10 j, 9 k 10 L, m n 1 10, o 1 10 p, q r 10 1

Düşünülmesi gereken çok fazla olasılık var!

Neyse ki, 8 ve 7'nin nereye yerleştirilebileceğini hesaba kattığınızda, olasılıklar aşağıdaki listeye kadar daralır (tabii hata yapılmadığını varsayarsak). Alt sırayı bulduktan sonra, her birini tamamlamak oldukça kolay hale gelir.

8 3 10 9, 6 1 10 8, 8 1 10 6

15, 21 ya da daha büyük boyutlu piramitler, gerçekten bu işe kendini adanmış olanlara bırakılmıştır. İyi şanslar ve iyi eğlenceler!